

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«**Российский государственный гуманитарный университет**»
(ФГАОУ ВО «РГГУ»)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ
Факультет информационных систем и безопасности
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

01.03.04 Прикладная математика

Код и наименование направления подготовки/специальности

Математика эффективных ИТ-решений

Наименование направленности (профиля)/специализации

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *Очная*

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2026

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Рабочая программа дисциплины

Составители:

кандидат физ.-мат. наук, доц., доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики
Синицын В.Ю.,
доктор физ.-мат. наук, проф. *Э.Л.Пресман*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры
фундаментальной и прикладной математики
№ 5 от 19.12.2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	<u>Пояснительная записка</u>	4
1.1.	<u>Цель и задачи дисциплины</u>	4
1.2.	<u>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций</u>	4
1.3.	<u>Место дисциплины в структуре образовательной программы</u>	5
2.	<u>Структура дисциплины</u>	5
3.	<u>Содержание дисциплины</u>	6
4.	<u>Образовательные технологии</u>	7
5.	<u>Оценка планируемых результатов обучения</u>	8
5.1.	<u>Система оценивания</u>	8
5.2.	<u>Критерии выставления оценки по дисциплине</u>	8
5.3.	<u>Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине</u>	9
6.	<u>Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины</u>	16
6.1.	<u>Список источников и литературы</u>	16
6.2.	<u>Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»</u>	17
6.3.	<u>Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы</u>	17
7.	<u>Материально-техническое обеспечение дисциплины</u>	18
8.	<u>Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов</u>	18
9.	<u>Методические материалы</u>	19
9.1.	<u>Планы практических занятий</u>	19
9.2.	<u>Методические рекомендации по подготовке письменных работ</u>	23
	<u>Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины</u>	24

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: формирование у будущих специалистов по прикладной математике базовых представлений о математической статистике и теории случайных процессов под углом зрения их практического приложения в различных областях научных исследований и инженерной практики.

Задачи дисциплины: показать связи между строгими математическими исследованиями, с одной стороны, и практическими задачами и методами их решения - с другой, что поможет студентам овладеть прикладными методами теории случайных процессов.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ОПК-2.1. Определяет и анализирует существенные элементы информационных систем;	<p><i>Знать:</i> основные принципы, методы и результаты современной теории математической статистики; основы теории случайных процессов, цепи Маркова; методы точечного и асимптотического анализа; современные методы компьютерной реализации алгоритмов статистического вывода</p> <p><i>Уметь:</i> вычислять вероятностные характеристики случайных величин и случайных процессов; обрабатывать статистические данные; строить адекватные статистические модели реальных процессов и явлений и проводить их математический анализ; применять современные методы компьютерной реализации вероятностных и статистических моделей к решению практических задач</p> <p><i>Владеть:</i> методами математической статистики и теории случайных процессов, основами современных технологий компьютерной реализации статистических алгоритмов; программным обеспечением, предназначенным для автоматизированного расчета статистических характеристик по данным, доставляемым экспериментом</p>

	<p>ОПК-2.2. Осуществляет поиск и применяет программное обеспечение для проведения вычислительных экспериментов;</p>	<p><i>Знать:</i> основные принципы, методы и результаты современной теории математической статистики; основы теории случайных процессов, цепи Маркова; методы точечного и асимптотического анализа; современные методы компьютерной реализации алгоритмов статистического вывода</p> <p><i>Уметь:</i> вычислять вероятностные характеристики случайных величин и случайных процессов; обрабатывать статистические данные; строить адекватные статистические модели реальных процессов и явлений и проводить их математический анализ; применять современные методы компьютерной реализации вероятностных и статистических моделей к решению практических задач</p> <p><i>Владеть:</i> методами математической статистики и теории случайных процессов, основами современных технологий компьютерной реализации статистических алгоритмов; программным обеспечением, предназначенным для автоматизированного расчета статистических характеристик по данным, доставляемым экспериментом</p>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математическая статистика и теория случайных процессов» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): «Введение в математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дискретная математика», «Теория вероятностей», «Математическая логика», «Программные и аппаратные средства информатики».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: «Прикладная статистика», «Статистические пакеты прикладных программ», «Исследование операций», «Численные методы», «Имитационное моделирование случайных процессов», «Теория систем и системный анализ», «Программные средства научных исследований», «Основы криптографии», «Математическое моделирование квантовых систем и квантовые вычисления», «Методы принятия решений».

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 академических часов.

Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
4	Лекции	24
4	Практические занятия	32
Всего:		56

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 160 академических часов, в т.ч. курсовая работа 20 академических часов.

3. Содержание дисциплины

Тема 1. Статистические оценки параметров распределений.

Основные задачи математической статистики. Вариационные ряды и их графическое представление. Средние величины. Показатели вариации. Начальные и центральные моменты вариационного ряда. Эмпирическая функция распределения. Показатели формы распределения. Достаточные статистики. Критерий факторизации Неймана-Фишера. Статистические оценки. Свойства оценок параметров в параметрической модели: состоятельность, несмещенность, эффективность. Задача оптимального статистического оценивания. Информация Фишера и её свойства. Неравенство Рао-Крамера-Фреше. Точечные оценки вероятности, математического ожидания, дисперсии и их свойства. Метод моментов и его применение. Свойство состоятельности оценок метода моментов. Метод максимального правдоподобия и его применение. Свойства оценок. Понятие интервального оценивания. Доверительная вероятность и предельная ошибка выборки. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения. Планирование объёма выборки.

Тема 2. Проверка статистических гипотез.

Постановка задачи проверки статистических гипотез. Общие понятия: простые и сложные гипотезы, статистический критерий, критическая область, вероятности ошибок 1-го и 2-го рода, мощность критерия, функция мощности критерия. Проверка двух простых гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка гипотез о равенстве средних двух и более совокупностей. Проверка гипотез о равенстве дисперсий двух и более совокупностей. Проверка гипотез о законе распределения. Постановка задачи сравнения распределений. Выявление различий в распределении признака. Хи-квадрат критерий Пирсона. Критерий Колмогорова-Смирнова. Проверка гипотез о независимости признаков.

Тема 3. Корреляционный и регрессионный анализ.

Функциональные зависимости, причинно-следственные связи и корреляционные зависимости. Точечная оценка коэффициента корреляции Пирсона. Проверка значимости и интервальная оценка. Понятие о многомерном корреляционном анализе. Множественный и частный коэффициент корреляции. Непараметрические коэффициенты корреляции Спирмена и Кендала для порядковых переменных. Таблицы сопряженности и связанные с ними критерии значимости статистической зависимости номинальных переменных. Основные положения регрессионного анализа. Парная регрессионная модель. Построение доверительных интервалов для параметров линейной регрессии. Проверка статистической значимости уравнения регрессии. Множественный регрессионный анализ. Корреляционная матрица и её выборочная оценка. Отыскание доверительных интервалов для коэффициентов и функции регрессии. Проверка значимости уравнения множественной регрессии.

Тема 4. Дисперсионный анализ.

Постановка задачи. Основные идеи. Однофакторный дисперсионный анализ. Оценивание эффектов обработки в нормальной модели. Непараметрические критерии проверки однородности. Понятие о двухфакторном дисперсионном анализе. Эффекты взаимодействия факторов. Различные планы эксперимента. Непараметрические критерии проверки гипотезы об отсутствии эффектов обработки.

Тема 5. Основные понятия теории случайных процессов.

Понятие случайного процесса. Примеры и классификация случайных процессов. Математическое ожидание, дисперсия, корреляционная функция и нормированная корреляционная функция случайного процесса. Их свойства. Теорема Колмогорова о существовании случайного процесса с заданным семейством конечномерных распределений.

Стационарный случайный процесс в узком и широком смысле. Линейные и нелинейные преобразования случайных процессов. Дифференцирование и интегрирование случайных процессов. Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Спектральная плотность случайного процесса. Теорема Винера-Хинчина. Стационарный белый шум. Эргодическая теорема Биркгофа-Хинчина. Некоторые типы случайных процессов. Гауссовские процессы. Процессы с независимыми приращениями. Винеровский процесс. Пуассоновский процесс. Марковские процессы. Потоки событий и их классификация. Простейший поток событий. Нестационарный пуассоновский поток событий. Закон распределения числа событий пуассоновского потока на заданном промежутке времени. Закон распределения интервала времени между двумя соседними событиями пуассоновского потока. Потоки событий с ограниченным последствием. Предельные теоремы теории потоков.

Тема 6. Марковские процессы.

Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и дискретным временем. Матричное описание цепи Маркова. Стационарный режим цепи Маркова. Марковские процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Уравнения Колмогорова. Марковские процессы гибели и размножения с непрерывным временем. Процессы массового обслуживания. Основные принципы построения марковских моделей массового обслуживания. Одноканальные и многоканальные системы с отказами. Их показатели эффективности. Формулы Эрланга для предельных вероятностей состояний. Стационарные режимы функционирования некоторых других вариантов систем массового обслуживания.

4. Образовательные технологии

Для проведения *занятий лекционного типа* по дисциплине применяются такие образовательные технологии как вводная лекция с использованием видеоматериалов, лекция-беседа.

Для проведения *практических занятий* используются такие образовательные технологии как: решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

В рамках *самостоятельной работы* студентов проводится консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты.

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;

– консультации с использованием телекоммуникационных средств.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1 Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- опрос	2 балла	10 баллов
- отчет по выполнению внеаудиторных заданий	5 баллов	10 баллов
- тестирование	10 баллов	20 баллов
- контрольная работа	10 баллов	20 баллов
Промежуточная аттестация - экзамен		
- ответы на вопросы билета		20 баллов
- итоговая контрольная работа		20 баллов
Итого за семестр		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».
82-68/ C	хорошо	Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».
67-50/ D,E	удовлетворительно	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	неудовлетворительно	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

Шкала оценивания курсовой работы

Критерии оценивания	Макс. количество баллов
Полнота сформированности компетенций	5
Соответствие содержания теме и плану работы	10
Полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы	40
Достаточность фактов, позволяющих проиллюстрировать актуальность избранной проблемы, способы ее решения	5
Достаточность использования источников, отечественной и зарубежной литературы по рассматриваемым вопросам	5
Систематизация и структурирование материала	10
Обобщение и сопоставление различных точек зрения по рассматриваемому вопросу	5
Наличие и четкость выводов, резюме	10
Оформление	10
Итого	100

Общие требования к содержанию и оформлению курсовых работ содержатся в «Методических рекомендациях по подготовке и оформлению курсовой работы» (официальный сайт кафедры ФПМ ИИНТБ РГГУ).

5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Текущий контроль

Примерные вопросы для опроса см. п.9.1 Планы практических занятий, контрольные вопросы

Тестирование № 1 (по темам 1-4)

На портале НОУ ИНТУИТ экзамен в учебном курсе «Основы математической статистики». - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/department/economics/basicstat/>

Примечание: по решению преподавателя тестирование по теме может быть проведено при помощи других дистанционных учебных курсов.

Тестирование № 2 (по теме «Случайные процессы»)

ВАРИАНТ 1

1. Количество клиентов в очереди в момент времени t в одноканальной системе массового обслуживания обычно описывают как случайный процесс

Ответы:

- 1) с дискретными состояниями и дискретным временем;
- 2) с дискретными состояниями и непрерывным временем;
- 3) с непрерывными состояниями и дискретным временем;
- 4) с непрерывными состояниями и непрерывным временем.

2. Месячный расход электроэнергии промышленным предприятием лучше всего моделировать как случайный процесс

Ответы:

- 1) с дискретными состояниями и дискретным временем;
- 2) с дискретными состояниями и непрерывным временем;
- 3) с непрерывными состояниями и дискретным временем;
- 4) с непрерывными состояниями и непрерывным временем.

3. Количество занятых каналов в системе массового обслуживания в момент времени t можно отнести к случайным процессам

Ответы:

- 1) с дискретными состояниями и дискретным временем;
- 2) с дискретными состояниями и непрерывным временем;
- 3) с непрерывными состояниями и дискретным временем;
- 4) с непрерывными состояниями и непрерывным временем.

4. Реализация случайного процесса представляет собой:

Ответы:

- 1) конкретный случайный процесс;
- 2) случайную величину;
- 3) неслучайную функцию времени;
- 4) число.

5. Сечение случайного процесса представляет собой:

Ответы:

- 1) конкретный случайный процесс;
- 2) случайную величину;
- 3) неслучайную функцию времени;
- 4) число.

6. Элементарная случайная функция имеет вид $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1 \\ 0 & 1 \leq t < 2 \\ 1 & 2 \leq t < 3 \\ 0 & 3 \leq t < 4 \end{cases}$, где

U - случайная величина, которая распределена равномерно на отрезке $[3; 5]$. Математическое ожидание элементарной случайной функции $Y(t)$ равно:

Ответы:

- 1) 4; 2) 0; 3) $4 \sin(2 \cdot X t)$; 4) не существует.

7. Элементарная случайная функция имеет вид $Y(t) = U \cos(3 \cdot X t)$, где

X - случайная величина, которая распределена по нормальному закону с математическим ожиданием равным 5 и средним квадратическим отклонением равным 2. Дисперсия элементарной случайной функции $Y(t)$ равна:

Ответы:

- 1) 4; 2) $4 \cos^2(3 \cdot X t)$; 3) 2; 4) не существует.

8. Корреляционная функция $K(t, t_0)$ случайного процесса $Y(t)$ имеет вид

$K(t, t_0) = 4 \cos(t - t_0)$. Дисперсия случайного процесса $Y(t)$ равна:

Ответы:

- 1) 4; 2) 0; 3) не существует; 4) $4 \cos t$.

9. Элементарная случайная функция имеет вид $Y(t) = U + \cos(4 \cdot X t)$, где

U - случайная величина, которая распределена по нормальному закону с математическим ожиданием равным 3 и средним квадратическим отклонением равным 2. Корреляционная функция $K(t, t_0)$ случайного процесса $Y(t)$ равна:

Ответы:

- 1) 2; 2) $\cos(4 \cdot X t) \times \cos(4 \cdot X t_0)$; 3) 4; 4) не существует.

10. Корреляционная функция $K(t, t_0)$ случайного процесса $Y(t)$ имеет вид

$K(t, t_0) = e^{-(t-t_0)^2}$. Нормированная корреляционная функция $r(t, t_0)$ случайного процесса $Y(t)$ равна:

Ответы:

- 1) $e^{-(t-t_0)^2}$; 2) 9; 3) 0; 4) невозможно найти.

11. Поток событий обладает тремя свойствами: стационарность, ординарность, отсутствие последствия. Такой поток называется:

Ответы:

- 1) потоком Пальма; 2) потоком Эрланга k -го порядка;
3) простейшим потоком; 4) не имеет специального названия.

12. В пуассоновском потоке событий отсутствует последствие. Это верно

Ответы:

- 1) всегда; 2) иногда; 3) никогда.

13. В потоке событий Эрланга k -го порядка ($k > 1$) отсутствует последствие. Это верно

Ответы:

- 1) всегда; 2) иногда; 3) никогда.

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 & 0 \\ 0,3 & 0,5 & 0,2 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Найдите количество рёбер графа состояний системы.

Ответ: 4.

24. Матрица вероятностей перехода за один шаг цепи Маркова имеет вид

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,2 & 0,8 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0 & 0,3 & 0,7 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

В начальный момент времени $t = 0$ система находилась в состоянии S_2 . Найдите вероятность того, что в моменты времени $t = 1, 2, 3, 4$ система будет находиться соответственно в состояниях S_3, S_2, S_1, S_2 .

Ответ: 0,0096.

25. Матрица вероятностей перехода за один шаг цепи Маркова имеет вид

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 & 0 \\ 0,3 & 0,2 & 0,5 \\ 0 & 0,2 & 0,8 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

В начальный момент времени $t = 0$ система находилась в состоянии S_2 . Найдите вероятность того, что в момент времени $t = 2$ система будет находиться в состоянии S_3 .

Ответ: 0,5.

**Примерные задания для контрольной работы №1
(по теме «Математическая статистика»)**

ВАРИАНТ 1

Пять задач из книги

Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. - Изд. 6-е, испр. - СПб. : Лань, 2003. - 269 с. (основная литература):

стр. 226 задачи 9.4, 9.6, 9.10, 9.13, 9.14.

**Примерные задания для контрольной работы №2
(по теме «Случайные процессы»)**

ВАРИАНТ 1

Пять задач из книги

Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. - Изд. 6-е, испр. - СПб. : Лань, 2003. - 269 с. (основная литература):

стр. 244 задачи 10.1, 10.4, 10.5, 10.7, 10.11.

Примерные темы курсовых работ

1. Исторический обзор развития математической статистики.
2. Вероятностно-статистические концепции Р. Мизеса.
3. Решение задач теории вероятностей при помощи статистического анализа данных.
4. Законы распределения вероятностей, используемые при реализации техники статистических вычислений.
5. Законы распределения вероятностей, используемые для моделирования социально-экономических данных.
6. Проблемы статистического вывода и методологии проверки нулевой гипотезы.
7. Синдром статистической снисходительности или значение и назначение р-значения.
8. Статистическое исследование «точности» предельной теоремы Пуассона.
9. Статистическое исследование «точности» Закона Больших Чисел.
10. Статистическое исследование «точности» Центральной Предельной Теоремы.
11. Точечное и интервальное оценивание параметра геометрического распределения.
12. Точечное и интервальное оценивание параметра распределения Пуассона.
13. Точечное и интервальное оценивание параметров логнормального распределения.
14. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения Вейбулла.
15. Методы численного ресамплинга и их применение.
16. Сравнительное исследование «качества» датчиков псевдослучайных чисел в Microsoft Excel и языке программирования R.
17. Хи-квадрат критерий Пирсона для проверки статистических гипотез.
18. Критерий Фишера дисперсионного отношения и его обобщения.
19. Разработка статистического критерия для проверки равенства коэффициентов асимметрии двух распределений.
20. Разработка статистического критерия для проверки равенства коэффициентов эксцесса двух распределений.
21. Разработка статистического критерия для проверки равенства квантилей двух распределений.
22. Разработка статистического критерия для проверки равенства коэффициентов корреляции.
23. Сравнительное исследование мощности критериев Стьюдента и Уилкоксона при помощи численного ресамплинга.
24. Сравнительное исследование мощности критериев Уилкоксона и Колмогорова-Смирнова при помощи численного ресамплинга.
25. Сравнительное исследование мощности критериев Шапиро-Уилка и Колмогорова-Смирнова при помощи численного ресамплинга.
26. Статистические вычисления на языке программирования R.
27. Статистические вычисления на языке программирования Python.
28. Статистические вычисления в системе Gretl.
29. Статистические вычисления в системе Matlab.
30. Статистические вычисления в системе MathCAD.

Промежуточная аттестация (экзамен)

Примерные задания для итоговой контрольной работы:

1. В диспетчерскую таксопарка поступает простейший поток заявок с интенсивностью $\lambda = 0,2$ (заявки / мин). Найти: 1) вероятность того, что за 5 мин не поступит ни одной заявки; 2) вероятность того, что за 15 мин поступит больше пяти заявок; 3) вероятность того, что за полчаса поступит не меньше пяти, но не больше десяти заявок.

2. Поток клиентов в парикмахерской пуассоновский нестационарный с интенсивностью, которая от 2 до 6 часов дня задается формулой $\lambda(t) = 2 + 4t - t^2$.

Найти: 1) вероятность того, что за промежуток времени от четырех до пяти часов придет меньше трех клиентов; 2) вероятность того, что за тот же промежуток времени придет больше шести клиентов; 3) если парикмахер закончил работу с очередным клиентом в 3 часа 20 мин., то какова вероятность того, что следующего клиента ему придется ждать не менее полчаса.

3. Установлено, что время безотказной работы компьютера после покупки есть случайная величина, распределенная по показательному закону. 80% компьютеров не требуют гарантийного ремонта, то есть время их безотказной работы более года. Найти вероятность того, что компьютер выйдет из строя раньше чем через полгода после покупки.

4. В издательство поступают рукописи учебников для публикации, их поток - простейший с интенсивностью $\lambda = 0,5$ (рукописи / день). Пусть случайная величина T - время до поступления в издательство следующей рукописи. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение для T . Найти медиану и квантили случайной величины T . Записать функцию распределения и плотность вероятности T .

5. Пуассоновский нестационарный поток имеет интенсивность $\lambda(t) = 1 + 2t - t^2$. Найти наиболее вероятное количество событий на промежутке времени $[1,5; 2]$ и вероятность такого количества событий.

6. Элементарная случайная функция имеет вид $Y(t) = U \times \sin(4t + V)$,

где U и V - независимые случайные величины, законы распределения которых известны.

U распределена равномерно на промежутке $[2; 6]$, V распределена равномерно на

промежутке $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$. Найдите характеристики элементарной случайной функции $Y(t)$:

1) математическое ожидание, 2) дисперсию, 3) среднее квадратическое отклонение, 4) корреляционную функцию, 5) нормированную корреляционную функцию. Можно ли утверждать, что элементарная случайная функция $Y(t)$ является стационарной в широком смысле?

7. Матрица вероятностей перехода за один шаг цепи Маркова имеет вид

$$P = \begin{pmatrix} 0,3 & 0 & 0,7 \\ 0,4 & 0 & 0,6 \\ 0 & 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Вектор начального распределения вероятностей $(0,1; 0,2; 0,7)$. Решите следующие ниже задачи.

7.1. Постройте граф состояний системы и выясните свойства каждого состояния. Найдите матрицы вероятностей перехода за два и за три шага для данной цепи Маркова.

7.2. Найдите распределение вероятностей по состояниям через два шага. Какое из состояний наиболее вероятное через три шага?

- 7.3. Найдите вероятность того, что в моменты $t = 0, 1, 2, 3$ состояниями цепи Маркова будут соответственно S_3, S_1, S_2, S_1 ?
- 7.4. Найдите стационарное распределение цепи Маркова.

Контрольные вопросы по дисциплине:

1. Сходимость по вероятности, ограниченность по вероятности, асимптотическая нормальность
2. Эмпирическая функция распределения, теорема Колмогорова
3. Критерий согласия Колмогорова. Уровень значимости. Критическое множество и критическое значение уровня.
4. Критерий согласия Пирсона. Уровень значимости. Критическое множество и критическое значение уровня.
5. Критерий согласия Пирсона о независимых признаках
6. Ошибки первого и второго рода. Лемма Неймана-Пирсона
7. Проверка гипотез о математическом ожидании и дисперсии нормального распределения при известном втором параметре.
8. Доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии нормального распределения при известном втором параметре.
9. Распределение Стьюдента и доверительные интервалы для математического ожидания нормального распределения при неизвестном втором параметре
10. Метод максимального правдоподобия
11. Метод наименьших квадратов
12. Определение случайного процесса. Классификация случайных процессов.
13. Определение пуассоновского процесса. Вывести формулы появления k событий за время t .
14. Доказать эргодическую теорему для цепи Маркова с конечным множеством состояний
15. Доказать закон больших чисел для цепи Маркова с конечным множеством состояний
16. Определение и свойства винеровского процесса
17. Классификация состояний цепи Маркова по арифметическим свойствам переходных вероятностей $p_{ij}^{(n)}$
18. Классификация состояний цепи Маркова по асимптотическим свойствам переходных вероятностей $p_{ij}^{(n)}$
19. Цепь Маркова с непрерывным временем. Вывести прямое и обратное уравнений Колмогорова-Чэпмена
20. Процесс чистого размножения. Доказать критерия отсутствия взрыва
21. Построение цепи Маркова с непрерывным временем и конечным множеством состояний с помощью дискретной цепи
22. Процессы размножения и гибели
23. Понятие стационарного процесса
24. Доказать непрерывность корреляционной функции для стохастически непрерывного случайного процесса.
25. Доказать, что среднее арифметическое по времени для стационарной последовательности с конечным математическим ожиданием сходится почти наверное.
26. Доказать, что среднее арифметическое по времени для стационарной последовательности с конечной дисперсией сходится почти наверное к математическому ожиданию.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Список источников и литературы

Литература

Основная

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517540> (дата обращения: 10.06.2023).
2. Прохоров, Ю. В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике : учебник и практикум для вузов / Ю. В. Прохоров, Л. С. Пономаренко. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 219 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10807-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511004> (дата обращения: 10.06.2023).
3. Каштанов, В. А. Случайные процессы : учебник и практикум для вузов / В. А. Каштанов, Н. Ю. Энатская. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 99 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04482-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/584979> (дата обращения: 21.02.2026).
4. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями : учебник для прикладного бакалавриата / Ю. Я. Кацман. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 138 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21254-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/569374> (дата обращения: 21.02.2026).

Дополнительная

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510437> (дата обращения: 10.06.2023).
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 406 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08389-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510436> (дата обращения: 10.06.2023).
3. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах: Учебное пособие. / Сапожников П.Н., Макаров А.А., Радионова М.В. - М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2022. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (П) ISBN 978-5-906818-47-8 - Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/document?id=393002> (дата обращения: 10.06.2023).
4. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей : учебное пособие для вузов / Н. Ю. Энатская. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 203 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01338-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537081> (дата обращения: 01.04.2024).
5. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей и математическая статистика для инженерно-технических направлений : учебник и практикум для вузов / Н. Ю. Энатская, Е. Р. Хакимуллин. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 399 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02662-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511231> (дата обращения: 01.04.2024).

6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1. Горяинова Е.Р. Основы математической статистики. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/department/economics/basicstat/>
2. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
3. Официальный портал проекта R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.r-project.org/>
4. Сетевые архивы системы R (CRAN). [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://cran.r-project.org/>
5. R — объектно-ориентированная статистическая среда [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://herba.msu.ru/shipunov/software/r/r-ru.htm>
6. Язык программирования и вычислительная среда R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://r-statistics.livejournal.com/>

Национальная электронная библиотека (НЭБ) www.rusneb.ru
 ELibrary.ru Научная электронная библиотека www.elibrary.ru

6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: <https://liber.rsuh.ru/ru/bases>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс
2. Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения:

- для лекций: учебные аудитории, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

- для практических занятий: компьютерный класс или лаборатория, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком для преподавателя, компьютерами для обучающихся, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Mozilla Firefox
4. Язык программирования R
5. Kaspersky Endpoint Security

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.

- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA SE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;

- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;

- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1 Планы практических занятий

Тема 1. Статистические оценки параметров распределений.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

1. По данной выборке для указанной переменной найти объём выборки, количество пропущенных значений, наименьшее и наибольшее выборочные значения, построить таблицу частот.
2. По данной выборке для указанной переменной найти среднее арифметическое, моду и медиану.
3. По данной выборке для указанной переменной найти выборочную дисперсию, среднее квадратическое отклонение и квантили.
4. По данной выборке для указанной переменной найти выборочную асимметрию и эксцесс.
5. По данной выборке для указанной пары случайных величин найти точечную оценку коэффициента корреляции Пирсона.
6. По данной выборке для указанной пары случайных величин найти точечные оценки коэффициентов корреляции Спирмена и Кендалла.
7. По данной выборке для указанной переменной построить гистограмму частот и гистограмму относительных частот.
8. По данной выборке для указанной переменной найти эмпирическую функцию распределения и эмпирическую плотность вероятности. Построить графики этих функций.
9. По данной выборке для указанной переменной построить диаграмму boxplot.
10. По данной выборке для указанной пары переменных построить диаграмму рассеяния с регрессионной прямой.
11. По данной выборке найти доверительные интервалы для параметров нормально распределенной генеральной совокупности с надежностью 0.99.
12. По данной выборке найти доверительный интервал для вероятности успеха в схеме Бернулли с надежностью 0.99.
13. По данной выборке найти доверительный интервал для параметра распределения Пуассона с надежностью 0.99.
14. По данной выборке найти доверительный интервал для коэффициента корреляции Пирсона с надежностью 0.99.
15. По данной выборке найти доверительный интервал для коэффициента корреляции Кендалла с надежностью 0.99.

Контрольные вопросы:

1. Разведочный анализ данных.
2. Вычисление выборочных характеристик.
3. Таблицы частот.
4. Гистограммы.
5. Диаграммы boxplot.
6. Диаграммы рассеяния.
7. Эмпирическая функция распределения.
8. Эмпирическая плотность вероятности.

9. Точечное оценивание параметров распределений.
10. Интервальное оценивание параметров распределений.

Тема 2. Проверка статистических гипотез.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

1. Сгенерировать выборку из 500 случайных чисел, имеющих биномиальный закон распределения с параметрами $size=700$, $prob=0.04$. С помощью критерия Шапиро-Уилка проверить статистическую гипотезу о том, что закон распределения генеральной совокупности не отличается от нормального закона распределения.
2. По данной выборке с помощью критерия Колмогорова-Смирнова проверить статистическую гипотезу о том, что указанная переменная имеет закон распределения, который статистически значимо не отличается от нормального закона распределения.
3. Сгенерировать две выборки: одну выборку из 200 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами $mean=16$, $sd=5$, другую выборку из 300 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами $mean=27$, $sd=6$. С помощью критерия Фишера проверить статистическую гипотезу о том, что отношение дисперсий двух случайных величин равно 1.
4. По данной выборке с помощью критерия Стьюдента проверить гипотезу о том, что математическое ожидание указанной переменной равно 27.
5. По данной выборке с помощью критерия Стьюдента проверить гипотезу о том, что в двух группах математические ожидания указанной переменной равны.
6. По данной выборке с помощью критерия Уилкоксона проверить гипотезу о том, что положение указанной переменной равно 27.
7. По данной выборке с помощью критерия Уилкоксона проверить гипотезу о том, что в двух группах уровни указанной переменной равны.
8. Среди случайно взятых 10000 новорождённых оказалось 5143 мальчика. С помощью теста пропорций проверить статистическую гипотезу о том, что вероятность рождения мальчика равна 0.5.
9. По данной выборке с помощью теста пропорций проверить статистическую гипотезу о том, что в двух группах вероятности указанного события равны.
10. По данной выборке проверить статистическую гипотезу о том, что для указанной пары случайных величин коэффициент корреляции Пирсона равен нулю.
11. По данной выборке проверить статистическую гипотезу о том, что для указанной пары случайных величин коэффициент корреляции Спирмена равен нулю.
12. По данной выборке с помощью хи-квадрат критерия Пирсона проверить статистическую гипотезу о том, что две указанные случайные величины независимы.

Контрольные вопросы:

1. Применение статистического критерия Шапиро-Уилка.
2. Применение статистического критерия Колмогорова-Смирнова.
3. Применение статистического критерия Фишера.
4. Применение статистического критерия Стьюдента.
5. Применение статистического критерия Уилкоксона.
6. Применение теста пропорций.
7. Применение хи-квадрат критерия Пирсона.

Тема 3. Корреляционный и регрессионный анализ.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Упражнения из книги В.Е. Гмурмана (основная литература): 537, 540, 543, 545, 550, 552.

Контрольные вопросы:

1. Точечная оценка коэффициента корреляции Пирсона.
2. Понятие о многомерном корреляционном анализе.
3. Множественный и частный коэффициент корреляции
4. Таблицы сопряженности и связанные с ними критерии значимости статистической зависимости номинативных переменных.
5. Основные положения регрессионного анализа.
6. Построение доверительных интервалов для параметров линейной регрессии.
7. Проверка статистической значимости уравнения регрессии.
8. Множественный регрессионный анализ.
9. Корреляционная матрица и её выборочная оценка.
10. Отыскание доверительных интервалов для коэффициентов и функции регрессии.
11. Проверка значимости уравнения множественной регрессии.

Тема 4. Дисперсионный анализ.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Упражнения из книги В.Е. Гмурмана (основная литература): 671, 673, 674, 676, 677.

Контрольные вопросы:

1. Однофакторный дисперсионный анализ.
2. Оценивание эффектов обработки в нормальной модели.
3. Непараметрические критерии проверки однородности.
4. Понятие о двухфакторном дисперсионном анализе.
5. Эффекты взаимодействия факторов. Различные планы эксперимента.
6. Непараметрические критерии проверки гипотезы об отсутствии эффектов обработки.

Тема 5. Основные понятия теории случайных процессов.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Упражнения из книги В.П. Чистякова (основная литература): 10.1, 10.5, 10.6, 10.7, 10.8, 10.9.

Контрольные вопросы:

1. Понятие случайного процесса. Примеры и классификация случайных процессов.
2. Математическое ожидание, дисперсия, корреляционная функция и нормированная корреляционная функция случайного процесса. Их свойства.
3. Теорема Колмогорова о существовании случайного процесса с заданным семейством конечномерных распределений.

4. Стационарный случайный процесс в узком и широком смысле. Линейные и нелинейные преобразования случайных процессов. Дифференцирование и интегрирование случайных процессов.
5. Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Спектральная плотность случайного процесса. Теорема Винера-Хинчина. Стационарный белый шум.
6. Эргодическая теорема Биркгофа-Хинчина.
7. Гауссовские процессы.
8. Процессы с независимыми приращениями.
9. Винеровский процесс.
10. Пуассоновский процесс.
11. Марковские процессы.
12. Потoki событий и их классификация. Простейший поток событий. Нестационарный пуассоновский поток событий.
13. Предельные теоремы теории потоков.

Тема 6. Марковские процессы.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Упражнения из книги В.П. Чистякова (основная литература): 8.1, 8.3, 8.5, 8.7, 8.8, 8.10.

Контрольные вопросы:

1. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и дискретным временем. Матричное описание цепи Маркова.
2. Стационарный режим цепи Маркова.
3. Марковские процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем.
4. Уравнения Колмогорова.
5. Марковские процессы гибели и размножения с непрерывным временем.
6. Процессы массового обслуживания. Основные принципы построения марковских моделей массового обслуживания.
7. Одноканальные и многоканальные системы с отказами. Их показатели эффективности.
8. Формулы Эрланга для предельных вероятностей состояний. Стационарные режимы функционирования некоторых других вариантов систем массового обслуживания.

9.2 Методические рекомендации по подготовке письменных работ

Требования к подготовке и содержанию письменных работ (реферата, доклада):

1. Соответствие содержания теме и плану работы.
2. Полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы.
3. Достаточность фактов, позволяющих проиллюстрировать актуальность избранной проблемы, способы ее решения.
4. Работа с литературой, систематизация и структурирование материала.
5. Обобщение и сопоставление различных точек зрения по рассматриваемому вопросу.
6. Наличие и четкость выводов, резюме.

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математическая статистика и теория случайных процессов» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: формирование у будущих специалистов по прикладной математике базовых представлений о математической статистике и теории случайных процессов под углом зрения их практического приложения в различных областях научных исследований и инженерной практики.

Задачи: показать связи между строгими математическими исследованиями, с одной стороны, и практическими задачами и методами их решения - с другой, что поможет студентам овладеть прикладными методами теории случайных процессов.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: основные принципы, методы и результаты современной теории математической статистики; основы теории случайных процессов, цепи Маркова; методы точечного и асимптотического анализа; современные методы компьютерной реализации алгоритмов статистического вывода

Уметь: вычислять вероятностные характеристики случайных величин и случайных процессов; обрабатывать статистические данные; строить адекватные статистические модели реальных процессов и явлений и проводить их математический анализ; применять современные методы компьютерной реализации вероятностных и статистических моделей к решению практических задач

Владеть: методами математической статистики и теории случайных процессов, основами современных технологий компьютерной реализации статистических алгоритмов; программным обеспечением, предназначенным для автоматизированного расчета статистических характеристик по данным, доставляемым экспериментом.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме оценки курсовой работы, экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ¹

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола

¹ Для ОП ВО магистратуры изменения только за 2020 г.